

Chapitre V

Oscillations dans les filaments de régions actives

Résumé

Dans le cadre de la détermination de la structure magnétique des protubérances, l'étude de la propagation des ondes MHD est un moyen indirect d'effectuer un diagnostic de la densité, de la température et du champ magnétique de ces structures. Dans une première étape, les observations SUMER/SOHO ont permis de déterminer des fréquences d'oscillations caractéristiques contenues dans un large intervalle (entre 5 min et 1 h 30 min). Ensuite, l'utilisation d'un modèle simple de protubérance a permis l'identification des fréquences observées aux fréquences des modes d'Alfvén et magnétoacoustiques : le mode d'Alfvén pair à 0.25 mHz (65 min), le mode magnétoacoustique rapide "kink" à 0.87 mHz (20 min) et le mode d'Alfvén impair à 1.66 mHz (10 min). De cette identification, les fréquences donnent accès à des paramètres du plasma et de la structure magnétique : l'angle ϕ entre le champ magnétique et l'axe principal de la protubérance est estimé à 18° , le module du champ magnétique (exprimé en Gauss) est proportionnel à la densité de matière (exprimée en cm^{-3}) : $B \sim 2.9 \cdot 10^{-5} \sqrt{\rho}$. Afin de valider les résultats précédents tant du point de vue des observations que du modèle, des nouvelles observations ont été réalisées. En particulier, un programme d'observations communes SOHO-THEMIS a été défini dans le cadre de cette étude.

1 Introduction : observations et modèles

Dans ce chapitre, nous détaillons la nature oscillatoire des filaments de région active dans le but d'obtenir des informations sur la structure magnétique, sur les paramètres du plasma constituant le filament et sur la stabilité de la structure. Ce genre d'étude est aussi appelé la sismologie des protubérances. En particulier, nous tenterons de relier ces paramètres caractéristiques aux phases pré-éruptives des filaments de région active. Avant de détailler les observations réalisées avec le spectromètre SUMER et le modèle de protubérance utilisé pour l'identification des modes d'oscillations, nous rappelons les différents travaux tant observationnels que théoriques concernant la propagation d'ondes MHD (cf Chap. II) dans les filaments. L'ensemble des travaux se rapportant à la région active 8725 observée en octobre 1999 a été publié dans l'article "Oscillations in an active region filament : observations and comparison with MHD waves" (Régner et al., 2001a).

1.1 Les observations

La mise en évidence d'oscillations dans les filaments ou les protubérances a été développée dès le début des années 80 (par exemple Bashkirtsev et al., 1983 ; Wiehr et al., 1984). Pour un aperçu plus général des observations et des périodes d'oscillations détectées, on pourra se reporter aux revues de Schmieder (1989), Vial (1998), Schutgens (1998), ou Oliver (1999). La recherche des oscillations dans ces structures a été motivée principalement par deux problématiques importantes de la physique solaire : la transmission des ondes de pression observées à la surface du Soleil (cf Chap. 1) dans la chromosphère et la couronne, et l'évolution des ondes observées lors des phases pré-éruptives.

Trois intervalles de périodes peuvent être définis dans les protubérances (Molowny-Horas et al., 1997) : les courtes périodes inférieures à 6 min, les périodes intermédiaires entre 6 et 40 min, et les longues périodes entre 40 et 90 min. Les courtes périodes ont principalement été détectées dans les protubérances en étudiant soit la distribution en intensité soit le déplacement Doppler des raies. Les variations temporelles en intensité ont révélé des oscillations dans la région de transition (O IV et Si IV) avec des périodes comprises entre 3 et 6 min (Blanco et al., 1999 ; Bocchialini et al., 2001). En mesurant le décalage Doppler suivant la ligne de visée de la raie $H\alpha$, Wiehr et al. (1984), Balthasar et al. (1986) ou plus récemment Thompson & Schmieder (1991) ont mis en évidence des oscillations de 3–6 min. Les observations citées précédemment se différencient principalement par la durée des observations (e.g., ~ 2 h pour Balthasar et al.), la position de la fente, ou le temps entre deux enregistrements (e.g., 30 s pour Thompson & Schmieder). Ces paramètres sont très importants pour les observations car ils vont limiter la détectabilité des modes d'oscillations comme nous le verrons par la suite. Les oscillations de 3–6 min en intensité et en vitesse ont été interprétées comme étant liées aux oscillations générées dans la photosphère ou la chromosphère (cf Chap. 1) et transmises par le champ magnétique supportant les protubérances (Balthasar et al., 1988). En ce qui concerne les filaments, la détection d'oscillations est rendue plus difficile par le faible signal émis ou absorbé par la structure. Par exemple, Malherbe et al. (1981, 1987) n'ont pas observé d'oscillations entre 1–10 mHz (2–17 min) dans les filaments quiescents et de régions actives situés près

du centre du disque solaire . Par contre, Yi et al. (1991) et Molowny-Horas et al. (1998) ont détecté des courtes périodes d'oscillations en vitesse dans la raie proche-infrarouge de l'hélium neutre à 10830 Å. Les longues périodes d'oscillations ont été observées en mesurant la vitesse suivant la ligne de visée pour la raie H α entre 50 et 80 min (Bashkirtsev et al., 1983 ; Bashkirtsev & Mashnich, 1984 ; Wiehr et al., 1984) et récemment pour la raie He I à 584 Å avec une période proche de 2 h 30 min (Régner et al., 1999b). Mashnich & Bashkirtsev (1998) ont montré que les longues périodes (~ 40 min) variaient en fonction de la latitude du filament. La détection des modes va donc être influencée par la position du filament sur le disque en concordance avec la polarisation des ondes.

1.2 Les modèles

Pour expliquer les oscillations observées, de nombreux travaux théoriques ont été effectués (Schutgens, 1998 ; Oliver, 1999). Les modèles développés sont extrêmement sensibles aux paramètres suivants : la géométrie de la protubérance (plane parallèle, parallélépipédique, ...), la structure du champ magnétique (champ constant, structure du type Kippenhahn & Schlüter, ...), les conditions d'équilibre avec le milieu extérieur (équilibre de la pression cinétique, équilibre magnétohydrostatique, ...), l'orientation du vecteur d'onde (parallèle ou perpendiculaire à l'axe du filament, ...).

L'étude des oscillations passe effectivement par une étude de la stabilité de la structure considérée (cf. Chap. 2). Pour des paramètres de protubérance appartenant aux intervalles de valeurs observées, Galindo Trejo (1987) a démontré que les modèles de Menzel (1951), Dungey (1953), Kippenhahn & Schlüter (1957), Lerche & Low (1980) sont stables et que les oscillations sont soit perpendiculaires au plan de la protubérance avec des périodes de ~ 40 min (Menzel), de ~ 16 min (Kippenhahn & Schlüter) ou de ~ 17 –50 min (Lerche & Low), soit horizontales et dans le plan de la protubérance avec des périodes de ~ 55 –80 min (Dungey). Ces différentes périodes sont associées à des ondes magnétoacoustiques. Galindo Trejo (1987) a aussi démontré que seule la configuration proposée par Kippenhahn & Schlüter (1957) restait stable si les paramètres appliqués étaient différents des paramètres d'une protubérance quiescente. Dans une revue décrivant les ondes dans l'atmosphère solaire, Roberts (1992) propose trois modèles simples d'oscillation dans les protubérances. En particulier, il définit une protubérance comme un parallélépipède rectangle de hauteur H , de longueur L et d'épaisseur $2a$. Ce modèle est développé par Joarder & Roberts (1992a, b et 1993) en considérant que la protubérance de température T_o et de densité ρ_o est plongée dans un milieu coronal de température T_e et de densité ρ_e possédant un champ magnétique orienté soit suivant la longueur L (1992a), soit perpendiculairement à la longueur L (1992b), soit plus généralement dans le plan parallèle à la photosphère (1993, Fig. V.8). Les hypothèses utilisées pour construire ces modèles sont : le champ magnétique est uniforme et identique dans la protubérance et le milieu extérieur, la gravité est négligée, les lignes de champ sont parallèles à la photosphère et fixées à des murs rigides parfaitement conducteurs simulant l'ancrage des lignes de champ dans la photosphère. Les ondes MHD (Alfvén et magnétoacoustiques) ainsi mises en évidence ont permis d'identifier un mode magnétoacoustique rapide (resp. un mode d'Alfvén) aux modes observés avec une période de 3–6 min (resp. ~ 16 min). En considérant la courbure du champ

magnétique suivant le modèle de Kippenhahn & Schlüter ainsi que la gravité (Fig. V.1 à gauche), Oliver et al. (1992) suggèrent que les courtes périodes observées correspondent à un mode magnétoacousto-gravitique lent. Notons cependant que pour un filament observé sur le disque, les modes lents sont difficiles à détecter au contraire des modes rapides. Plus récemment, Joarder et al. (1997) ont considéré la structure fine des filaments en les définissant comme une série de creux magnétiques remplis par de la matière plus dense et plus froide que le milieu coronal environnant (Fig. V.1 à droite). Pour un plasma à β nul (sans pression cinétique), les auteurs trouvent que les modes magnétoacoustiques rapides "kink" produisent les courtes périodes (2–15 min). Ce modèle est plus proche des observations que les modèles définissant la protubérance comme un parallélépipède rectangle (e.g., Joarder & Roberts, 1993), mais ne décrit pas tous les modes MHD pouvant exister dans un filament.

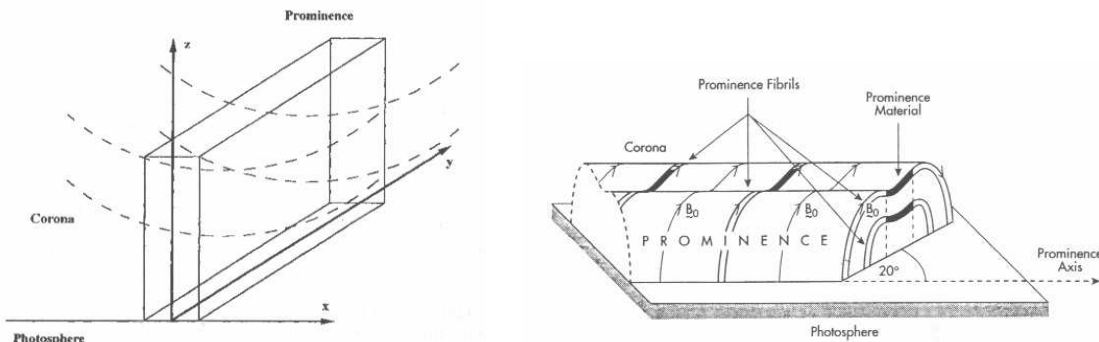


FIG. V.1 – Modèles de protubérance pour les oscillations : modèle de Oliver et al. (1992) considérant la protubérance comme un pavé plongé dans un champ magnétique de type Kippenhahn & Schlüter (1957) (à gauche), modèle de Joarder et al. (1997) prenant en compte la structure fine de la protubérance (à droite)

L'ensemble de ces modèles s'accorde pour conclure que les oscillations dans les filaments se caractérisent par la propagation d'ondes MHD et que les périodes calculées sont très sensibles au sens de propagation de l'onde et à la structure du champ magnétique. La gravité ne conduit, apparemment, qu'à une diminution de la fréquence des ondes. Dans la suite, nous avons exclusivement utilisé le modèle de Joarder & Roberts (1993) pour identifier les modes observés.

1.3 La région étudiée

Lors de la campagne MEDOC #4 (cf Annexe A) qui s'est déroulée au mois d'octobre 1999, nous avons observé le filament existant dans la région active 8725. Les observations nécessaires à l'étude des oscillations globales du filament sont fournies par le spectromètre SUMER et sont détaillées dans la section suivante. Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à la morphologie de cette région. Pour ce faire, nous utilisons différents instruments : MDI/SOHO, Spectrohéliographe/Obs. Paris-Meudon, EIT/SOHO

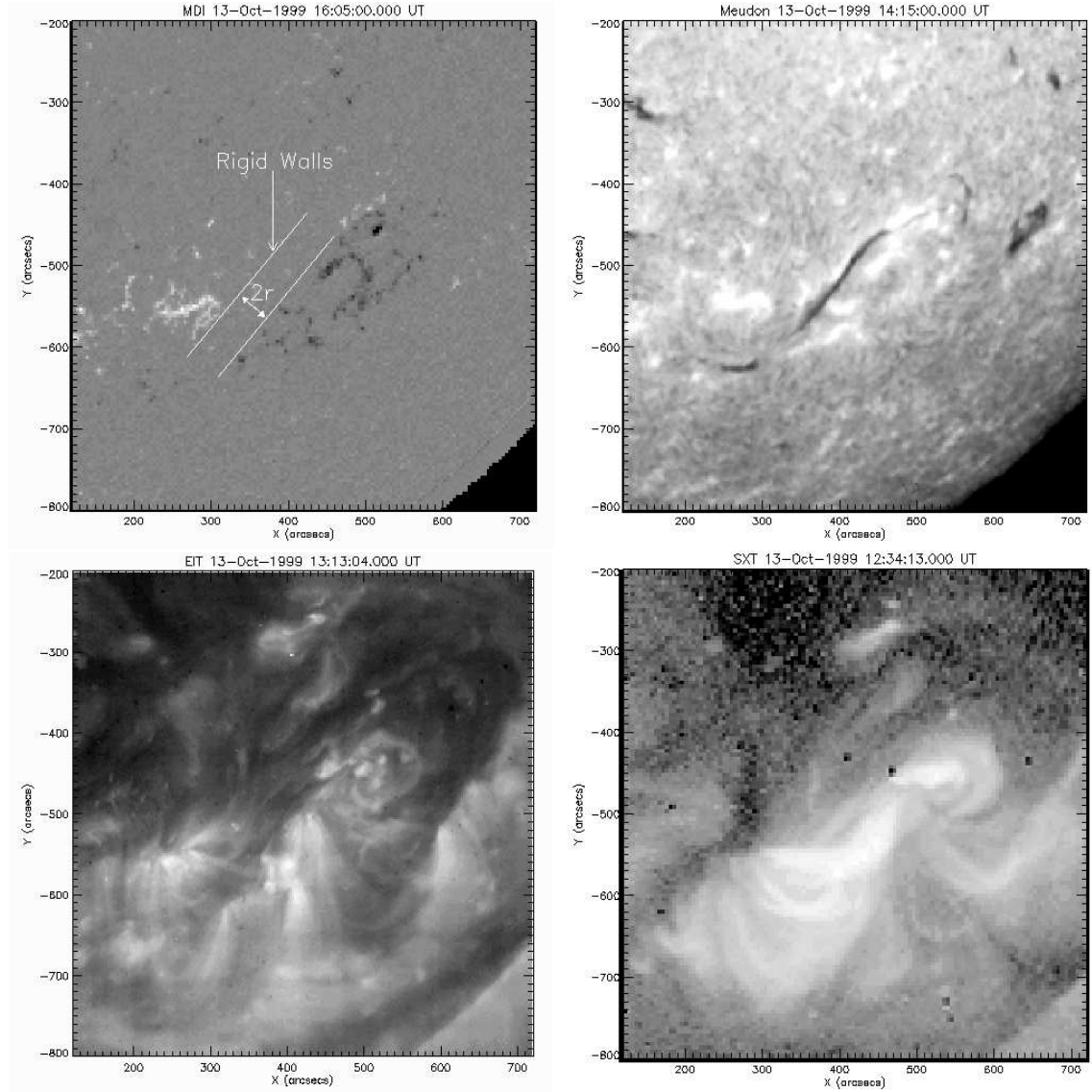


FIG. V.2 – Description globale de la région active 8725 le 13 Octobre 1999 : magnétogramme MDI (en haut à gauche) à 16:05 UT, image $H\alpha$ de l’Obs. de Paris-Meudon (en haut à droite) à 14:15 UT, image dans la raie du FeXII à 195Å de EIT/SOHO (en bas à gauche) à 13:13 UT, et image en rayons X mous de SXT/Yohkoh (en bas à droite) à 12:34 UT.

et SXT/Yohkoh (voir la description des instruments dans l’annexe A) permettant de visualiser la région à différentes hauteurs dans l’atmosphère solaire.

MDI : le magnétographe MDI permet de connaître la distribution de la composante longitudinale B_{LOS} du champ magnétique au niveau photosphérique. Le champ magnétique de la région active a été choisi pour sa configuration dipolaire (Fig. V.2

en haut à gauche) : les polarités négative (représentée en noir) et positive (en blanc) sont séparées par une ligne d'inversion de B_{LOS} clairement définie. On notera aussi qu'aucune polarité parasite n'est observable.

$H\alpha$: le spectrohéliographe de l'Observatoire de Paris-Meudon fournit des observations de la région active dans la raie rouge de l'hydrogène à 6563 Å qui permet de visualiser les structures chromosphériques aussi bien que des structures de la basse couronne telles que les filaments. La Fig. V.2 (en haut à droite) met en évidence le filament que nous allons étudier comme une structure sombre, étroite et allongée traversant la région active le long de la ligne d'inversion de B_{LOS} .

EIT : le canal à 195 Å de l'imageur EIT permet d'identifier les structures coronales dans un intervalle de température autour de 1.5 MK. Sur la Fig. V.2 (en bas à gauche), nous remarquons un système de boucles coronales reliant les deux polarités de la région active ainsi que le canal du filament apparaissant en sombre proche de la ligne d'inversion.

SXT : l'image en rayons X "mous" obtenue par l'imageur SXT met en évidence des boucles coronales dans un domaine de température de l'ordre de 2 MK. La région active 8725 est caractérisée par une structure sigmoïdale reliant les deux polarités.

En plus des caractéristiques détaillées précédemment, la région active 8725 est le site d'une éruption de filament entraînant une éjection de masse coronale et la disparition du filament le 18 Octobre lors de son passage au limbe.

2 Les observations SUMER

2.1 Caractéristiques des observations

L'instrument SUMER (**S**olar **U**ltraviolet **M**easurements of **E**mitted **R**adiation) est un spectrographe à incidence normale (Wilhelm et al., 1995) embarqué à bord de SOHO. Ces caractéristiques optiques ainsi que les méthodes de traitement des données (flatfield, courants d'obscurité, calibrations, ...) sont détaillées dans l'annexe A.

Dans le cadre de la campagne MEDOC #4, nous avons défini, avec l'aide de Ph. Le-maire, un programme d'observation permettant d'étudier les oscillations globales dans les filaments de région active. Ce programme se caractérise par l'utilisation d'une fente de $0.3'' \times 120''$, avec un temps d'exposition de 30 s et une résolution spectrale de 20 mÅ (second ordre de diffraction) pour la raie de l'hélium neutre à 584.33 Å. Le principe de ces observations est de pointer une surface du Soleil couverte par la fente et contenant un morceau du filament, et de suivre cette surface en tenant compte de la rotation solaire. Nous obtenons donc une série temporelle de variation de l'intensité de la raie de l'hélium neutre pendant une durée totale de 7 h 30 min. La série temporelle que nous étudions dans cette partie a été enregistrée entre 22:20 UT le 13 octobre et 05:50 UT le 14 octobre.

Comme la cible visée correspond à une très faible partie du Soleil, nous devons connaître avec précision la zone couverte par la fente afin de situer le filament. Pour cela, nous avons effectué avec SUMER un balayage d'une zone plus large avant et après l'acquisition de la série temporelle. Le champ couvert est de $30'' \times 120''$ (cf Fig. V.3) avec un temps

d'exposition de 5 s et utilisant une fente de $0.3'' \times 120''$. Les coordonnées de pointage (centre de l'image) sont $(434'', -513'')$.

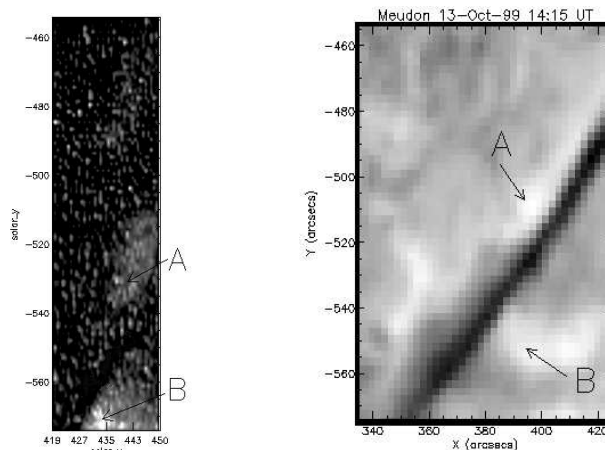


FIG. V.3 – À gauche : le balayage de la région obtenu par SUMER le 13 octobre à 22:17 UT. À droite : agrandissement de l'image $H\alpha$ (Fig. V.2 en haut à droite). Les régions A et B représentent deux régions brillantes en $H\alpha$ qui nous ont permis d'identifier précisément le filament.

À l'aide d'un agrandissement de l'image $H\alpha$ (Fig. V.2 en haut à droite), nous avons identifié deux régions brillantes ou plages, A et B, qui apparaissent aussi bien sur l'image $H\alpha$ (Fig. V.3 droite) que sur l'image SUMER (Fig. V.3 gauche). Entre ces deux régions se situe le filament, c'est-à-dire entre $-565''$ et $-545''$ le long de la fente.

Un autre point important des observations est de savoir si le signal provenant du filament est significatif, c'est-à-dire si le nombre de coups reçu par le détecteur est suffisant pour avoir un signal d'origine solaire et non uniquement du bruit. Pour ce faire, nous comparons les profils de raie obtenus dans et en dehors du filament (Régner et al., 2001b). La Fig. V.4 met en évidence la qualité du signal obtenu dans le filament.

2.2 Série temporelle en vitesse

Comme nous l'avons exposé dans la section précédente, la majorité des observations d'oscillations (e.g., Bashkirtsev & Mashnich, 1984) a été réalisée en étudiant la variation temporelle de la vitesse suivant la ligne de visée. Pour ce faire, nous devons dériver le décalage Doppler de la série temporelle en intensité. La vitesse v suit la loi classique :

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad (\text{V.1})$$

où c est la vitesse de la lumière, λ_0 la longueur d'onde de référence, $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ est le déplacement Doppler à un instant donné et à une position donnée. Pour éliminer les effets instrumentaux, la longueur d'onde de référence λ_0 n'est pas égale à la longueur d'onde

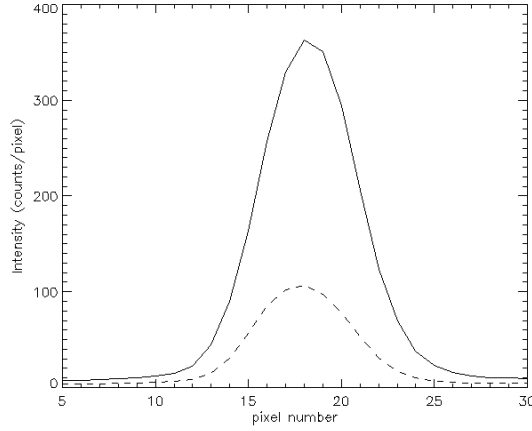


FIG. V.4 – Comparaison des profils de raie dans le filament (pointillés) et en dehors du filament (trait plein). Le profil dans le filament est plus étroit qu'en dehors du filament.

de la raie utilisée (soit $584.33 \text{ \AA}$ pour l'hélium neutre) mais λ_0 est la longueur d'onde du maximum de la distribution en intensité moyennée sur le temps et sur la position le long de la fente. On fait donc l'hypothèse que statistiquement, sur une grande échelle de temps ($\sim 7 \text{ h } 30 \text{ min}$) et sur une distance assez grande ($120''$ le long de la fente), le déplacement Doppler est nul, en notant que les structures telles que le filament représentent moins de 5% de la série temporelle. La distribution des vitesses ainsi déterminées (Fig. V.5) met en évidence des vitesses positives (en blanc) correspondant à des mouvements de matière descendants dans l'atmosphère solaire et des vitesses négatives (en noir) pour les mouvements ascendants. On notera que la vitesse moyenne de la série temporelle est nulle.

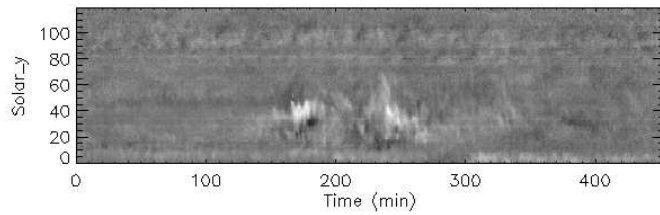


FIG. V.5 – Série temporelle en vitesse : la durée (en abscisse) est de $\sim 7 \text{ h } 30 \text{ min}$, la hauteur de la fente (en ordonnée) est de $\sim 120''$. Par convention, les vitesses positives en blanc (resp. négatives en noir) représentent des mouvements de matière descendants (resp. ascendants) dans l'atmosphère solaire.

Afin d'identifier précisément la position du filament (déjà estimée entre $-565''$ et $-545''$), nous considérons la variation spatiale de la vitesse moyennée dans le temps (Fig. V.6). Nous situons le filament entre $-559''$ et $-555''$ (soit entre le 11ème et le 14ème pixel) comme

l'indique la figure V.6 (entre les deux traits pleins). Le filament est donc globalement en mouvement ascendant dans l'atmosphère avec une vitesse Doppler moyenne suivant la ligne de visée de -3 km.s^{-1} . Par soucis de comparaison, nous avons aussi défini une région calme avec une faible vitesse moyenne (Fig. V.6 entre les deux traits pointillés).

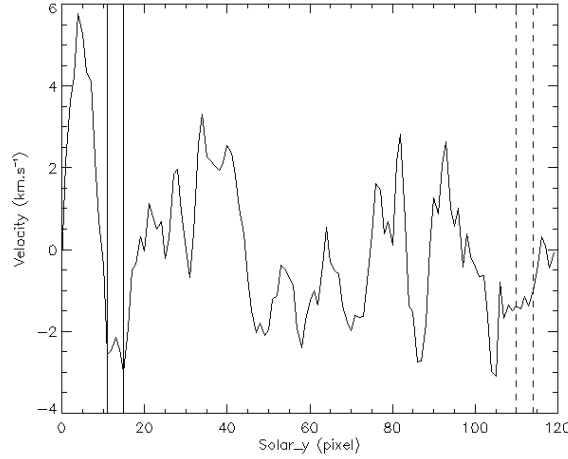


FIG. V.6 – Moyenne temporelle de la série en vitesse : la position du filament (resp. de la région calme) est définie entre les deux traits pleins (resp. les deux traits en pointillés).

2.3 Analyse de Fourier

Pour déterminer les fréquences caractéristiques du signal, nous utilisons une analyse de Fourier de la série temporelle en vitesse. De façon à améliorer le rapport signal sur bruit, le signal du filament est la série temporelle obtenue en effectuant la moyenne spatiale des 5 pixels du filament (définis dans le paragraphe précédent). En effectuant cette opération, nous perdons les informations sur la cohérence de phase dans le filament.

Nous appliquons la transformée de Fourier au signal temporel $S(t)$ pour obtenir $\widetilde{S}(t)$ dans l'espace des fréquences ω après avoir apodisé le signal (Brault & White, 1971). Les fréquences obtenues sont limitées par :

- la durée totale des observations $T_{tot} = 7 \text{ h } 30 \text{ min}$ qui correspond à une fréquence minimale de détection $\omega_{min} = \frac{2}{T_{tot}} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ mHz}$;
- le temps d'exposition $T_{exp} = 30 \text{ s}$ correspondant à une fréquence maximale de détection $\omega_{max} = \frac{1}{2T_{exp}} = 15 \text{ mHz}$.

Le spectre de puissance associé s'écrit alors $\mathcal{P}(\omega) = 2|\widetilde{S}(t)|^2$. Les spectres de puissance dans le filament et dans la région calme sont normalisés à la variance σ^2 de leur signal (Fig. V.7). Pour calculer un niveau de confiance, nous avons fixé une fréquence minimale au-delà de laquelle le bruit est considéré comme un bruit blanc. La distribution statistique du bruit dans l'espace de Fourier est une distribution χ^2 à deux degrés de liberté. Le niveau de confiance à 99% est alors situé à $5\sigma^2$ (Fig. V.7 droite en traits pleins). Les

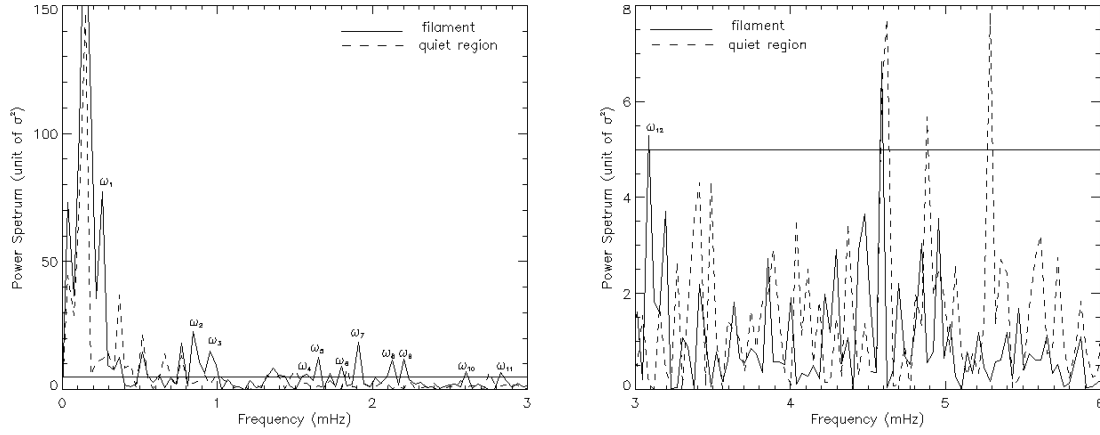


FIG. V.7 – Spectres de puissance dans le filament (trait plein) et dans la région calme (trait en pointillés) en unité de σ^2 de 0–3 mHz à gauche et de 3–6 mHz à droite. Les fréquences caractéristiques du filament sont annotées ω_1 – ω_{12} . La droite en trait plein représente le niveau de confiance à 99%.

fréquences caractéristiques correspondent aux pics situés au-dessus du niveau de confiance à 99%. On notera d'abord la présence d'un pic commun au filament et à la région calme pour une fréquence de 0.15 mHz. Ce pic caractéristique résulte d'un effet thermique instrumental. Les fréquences communes au filament et à la région calme ne sont pas prises en compte. En particulier entre 0.3 mHz et 0.8 mHz, les pics ne sont pas caractéristiques d'oscillations dans le filament et peuvent être interprétés comme étant dus à différents effets instrumentaux tels que les instabilités de pointage (Lemaire, 2000, communication privée). L'ensemble des fréquences caractéristiques du filament est résumé dans le tableau V.1. On notera la présence dans la région calme d'oscillations caractéristiques autour de 3 min (~ 5 mHz) qui peuvent être reliées aux oscillations chromosphériques.

2.4 Commentaires

Les spécificités des observations SUMER que nous avons obtenues (les résolutions spatiale, temporelle et spectrale ainsi que la durée totale des observations) ont permis de mettre en évidence un grand nombre de fréquences d'oscillations dans le filament. En particulier, on notera la présence d'oscillations pour des longues périodes de l'ordre d'une heure (ω_1) ou un ensemble de périodes intermédiaires entre 5 min et 20 min (ω_2 – ω_{12}). Les courtes périodes ne sont pas détectées. Au contraire de Malherbe et al. (1981), nous avons détecté des oscillations dans l'intervalle 1–10 mHz. On peut expliquer ce fait par la position du filament : Malherbe et al. ont étudié des filaments proches du centre du disque solaire alors que, dans notre cas, le filament est situé en ($434''$, $-557''$) ce qui permet d'observer la plupart des ondes se propageant dans la structure quelle que soit leur polarisation et malgré les effets géométriques de projection.

On peut aussi s'interroger sur l'utilisation de la raie de l'hélium neutre à 584.33 Å pour

longues périodes	65 min 36 s	0.25 mHz	ω_1
périodes	19 min 46 s	0.84 mHz	ω_2
inter–	17 min 28 s	0.95 mHz	ω_3
médianes	10 min 36 s	1.57 mHz	ω_4
	10 min 07 s	1.65 mHz	ω_5
	9 min 17 s	1.79 mHz	ω_6
	8 min 46 s	1.90 mHz	ω_7
	7 min 50 s	2.13 mHz	ω_8
	7 min 34 s	2.20 mHz	ω_9
	6 min 24 s	2.60 mHz	ω_{10}
	5 min 54 s	2.82 mHz	ω_{11}
	5 min 24 s	3.08 mHz	ω_{12}
courtes périodes	pas détectées		

TAB. V.1 – Liste des périodes et des fréquences observées dans le filament. On notera la présence d’oscillations à longues périodes, une multitude de périodes intermédiaires ainsi que le manque d’observations de courtes périodes.

détecter des oscillations en vitesse dans les filaments. Cette raie chromosphérique correspond à la transition $1s^2\ ^1S - 1s\ 2p\ ^1P^0$ du parahélium. Les observations de cette raie apparaissent principalement dans les années 70 : Dupree & Reeves (1971) pour le soleil calme, Dupree et al. (1973) dans les régions actives, ou encore Cushman et al. (1975) et Delaboudinière & Crifo (1976) à partir d’expériences fusées. Les profils de la raie (Cushman et al., 1975) sont larges (~ 110 mÅ pour Delaboudinière & Crifo et ~ 80 mÅ pour Cushman et al.) et parfois avec un reversement du profil au centre de la raie (Delaboudinière & Crifo, 1976) qui est une indication que la raie est optiquement épaisse dans la chromosphère. Par contre, aucune mesure précise n’avait été effectuée dans une protubérance ou un filament avant SOHO. La largeur à mi-hauteur de la raie a été évaluée à 140 mÅ dans le Soleil calme (Vial, 2000) si l’on considère une vitesse microturbulente inférieure à 5 km.s^{-1} mais apparaît clairement plus étroite dans le filament (Fig. V.4; Régnier et al., 2001b). Le profil est apparemment non-renversé. Les modélisations des raies de l’hélium hors équilibre thermodynamique local (Heasley et al., 1974; Labrosse & Gouttebroze, 1999) fournissent des valeurs de l’opacité de la raie dans les protubérances de l’ordre de 10^4 – 10^6 . Les valeurs de la largeur de la raie et de l’opacité de la raie permettent de considérer le milieu essentiellement opaque dans cette raie. Par conséquent, les informations sur les vitesses Doppler que nous avons analysées peuvent provenir d’une couche superficielle où la cohérence des oscillations est maintenue.

Dans la section suivante, nous allons utiliser un modèle de protubérance développé par Joarder & Roberts (1993) pour identifier les modes d’oscillations pouvant exister dans une telle structure ainsi que pour fournir un diagnostic des paramètres caractéristiques du

plasma et de la géométrie du filament.

3 Modèle de filament appliqué aux oscillations

3.1 Modèle de Joarder et Roberts

Pour décrire les phénomènes oscillatoires dans les protubérances, la première étape est de définir la géométrie de la structure, et le champ magnétique associé. Les observations, présentées ci-dessus, fournissent plusieurs fréquences d'oscillations caractéristiques des mouvements globaux dans le filament et cela du fait que l'on suit une petite partie du filament et que l'on a moyenné le signal sur la largeur du filament. Pour ces raisons, nous utiliserons le modèle de Joarder & Roberts (1993) de préférence au modèle de Joarder et al. (1997) qui tient compte de la structure fine.

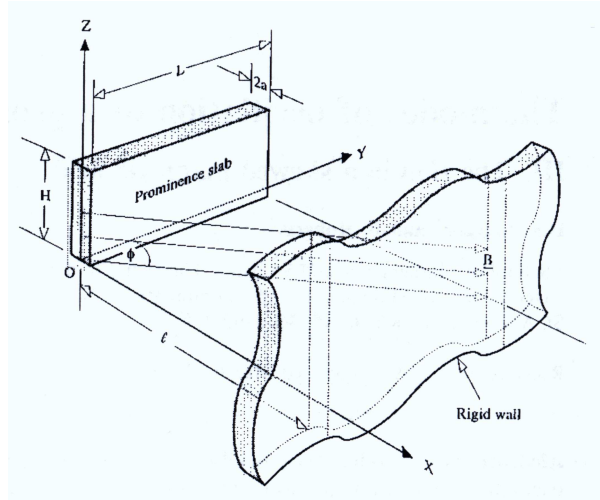


FIG. V.8 – Schéma du modèle de Joarder & Roberts (1993) : le filament est représenté par un parallélépipède rectangle de longueur L , de hauteur H et de largeur $2a$. Le champ magnétique $\vec{B}$ est incliné d'un angle ϕ par rapport à l'axe principal du filament et est fixé à une distance l du filament à des murs parfaitement conducteurs.

Dans le modèle de Joarder & Roberts (1993), le filament est représenté comme un parallélépipède rectangle de longueur L suivant la direction y , de hauteur H suivant z et de largeur $2a$ suivant x (Fig. V.8). Le filament est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ constant, uniforme, situé dans le plan xOy parallèle à la photosphère et incliné d'un angle ϕ par rapport à l'axe $[Oy]$: $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ avec $B_x = B_y \tan(\phi)$. On distingue deux milieux :

- le milieu intérieur définissant le filament avec une température T_o et une densité ρ_o ,
- le milieu extérieur représentant les conditions coronales entourant le filament avec une température T_e et une densité ρ_e .

L'ensemble des valeurs caractéristiques du milieu intérieur (resp. extérieur) porteront l'indice "o" (resp. "e"). Avec un champ magnétique uniforme, l'équilibre de la pression totale entre le milieu intérieur et le milieu extérieur s'écrit simplement comme l'équilibre de la pression cinétique du plasma à l'intérieur et à l'extérieur :

$$\rho_o T_o = \rho_e T_e \quad (\text{V.2})$$

La gravité est négligée ainsi que la courbure des lignes de champ supportant le filament. Afin de rendre compte de l'ancrage des lignes de champ dans la photosphère, le champ magnétique $\vec{B}$ est fixé de part et d'autre du filament, à une distance l suivant l'axe [Ox) ($l > a$), à un mur parfaitement conducteur.

3.2 Modes d'oscillations

Pour déterminer les modes d'oscillation du filament, nous linéarisons les équations de la MHD (cf Chap. II) en introduisant des perturbations de déplacement, de vitesse, de champ magnétique, de pression et de densité de la forme :

$$\delta \xi = \xi \exp(i\omega t - ik_x x - ik_y y - ik_z z) \quad (\text{V.3})$$

où ω est la fréquence de la perturbation, et k_x, k_y, k_z les nombres d'onde dans chaque direction. L'ensemble des calculs permettant l'obtention des relations de dispersion des ondes pouvant exister dans ce modèle est détaillé dans l'annexe V.A. Les principales hypothèses de ce modèle sont de considérer que $2a \ll L, H$, et que l'on se situe dans l'approximation des grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire que $k_y = k_z = 0$. Les conditions aux limites sont fixées par l'effet des murs rigides en $\pm l$: $v_x(\pm l) = v_y(\pm l) = v_z(\pm l) = 0$. Les conditions de continuité sont déterminées à l'interface entre le milieu intérieur et le milieu extérieur : continuité de la pression totale et de la composante v_x de la vitesse en $\pm a$. Ces conditions conduisent à la continuité de $\delta \vec{v}$, δp , δB_y et de δB_z . Les six modes obtenus sont les modes d'Alfvén pair et impair avec une vitesse caractéristique v_{Ax} (vitesse d'Alfvén suivant l'axe x), les modes magnétoacoustiques (lents et rapides) "sausage" et "kink" de vitesses caractéristiques $c^\pm = \sqrt{2}v_{Ax}c_s(c_f^2 \pm (c_f^4 - 4v_{Ax}^2c_s^2)^{1/2})^{-1/2}$ (+ pour les modes lents, - pour les modes rapides) où c_s est la vitesse du son dans le milieu et $c_f^2 = v_A^2 + c_s^2$. Ils satisfont aux équations de dispersion suivantes :

$$\tan\left(\frac{wa}{v_o}\right) - \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{v_e}\right) = 0 \quad (\text{V.4})$$

pour le mode d'Alfvén pair ($v = v_{Ax}$) et pour les modes magnétoacoustiques "kink" lents ($v = c^+$) et rapides ($v = c^-$);

$$\cot\left(\frac{wa}{v_o}\right) + \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{v_e}\right) = 0 \quad (\text{V.5})$$

pour le mode d'Alfvén impair ($v = v_{Ax}$) et pour les modes magnétoacoustiques "sausage" lents ($v = c^+$) et rapides ($v = c^-$). Les modes satisfaisant à l'équation de dispersion V.4 (resp. V.5) seront regroupés sous le terme de modes pairs (resp. impairs)

Ces équations de dispersion possèdent une infinité de solutions. La fréquence la plus basse est appelée la fréquence primaire, les suivantes étant les fréquences secondaires. En supposant que $\frac{a}{l} \ll 1$, on peut donner une forme approchée de la fréquence primaire et des fréquences secondaires de modes (Tab. V.2). Nous nous sommes restreints aux fréquences inférieures à 6 mHz (périodes supérieures à ~ 3 min). Les fréquences secondaires ne sont pas des fréquences harmoniques de la fréquence principale du mode considéré. On notera aussi que les fréquences secondaires peuvent se scinder en deux sous-catégories : les fréquences des modes internes (ne dépendant que de la vitesse du milieu intérieur) et les fréquences des modes externes (ne dépendant que de la vitesse du milieu extérieur).

	fréquence primaire	fréquence secondaire
mode pair (Alfvén, kink)	$\frac{c_o}{2\pi(la)^{1/2}}$	$\frac{nc_o}{2a} \quad n = 1, 2, \dots$ (mode interne) $\frac{nc_e}{2(l-a)} \quad n = 1, 2, \dots$ (mode externe)
mode impair (Alfvén, sausage)	$\frac{c_o}{4a}$	$\frac{(2n+1)c_o}{4a} \quad n = 1, 2, \dots$ (mode interne) $\frac{nc_e}{2(l-a)} \quad n = 1, 2, \dots$ (mode externe)

TAB. V.2 – Formules approchées des fréquences primaires et secondaires pour les modes pair et impair. La vitesse c est remplacée par soit v_{Ax} pour les modes d'Alfvén, soit c^+ pour les modes lents, soit c^- pour les modes rapides.

Par la suite, nous utiliserons la notation suivante : " eAm " pour le mode d'Alfvén pair, " oAm " pour le mode d'Alfvén impair, " skm " pour le mode lent "kink", " ssm " pour le mode lent "sausage", " fkm " pour le mode rapide "kink" et " fsm " pour le mode rapide "sausage" ; les fréquences des modes secondaires internes (externes) sont notées $\omega^{n,i}$ ($\omega^{n,e}$) avec $n \geq 1$.

À partir du tableau V.2, nous avons calculé les rapports des fréquences primaires et des fréquences secondaires :

$$\frac{\omega_{eAm}}{\omega_{oAm}} = \frac{\omega_{skm}}{\omega_{ssm}} = \frac{\omega_{fkm}}{\omega_{fsm}} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{a}{l} \right)^{1/2} \quad (V.6)$$

pour les rapports des fréquences primaires,

$$\frac{\omega_{eAm}^{n,i}}{\omega_{eAm}} = \frac{\omega_{skm}^{n,i}}{\omega_{skm}} = \frac{\omega_{fkm}^{n,i}}{\omega_{fkm}} = n\pi \left(\frac{l}{a} \right) \quad (V.7)$$

pour les rapports des fréquences secondaires internes et de la fréquence primaire des modes pairs considérés,

$$\frac{\omega_{eAm}^{n,e}}{\omega_{eAm}} = \frac{\omega_{skm}^{n,e}}{\omega_{skm}} = \frac{\omega_{fkm}^{n,e}}{\omega_{fkm}} = n\pi \left(\frac{a}{l} \right) \sqrt{\frac{\rho_o}{\rho_e}} \quad (\text{V.8})$$

pour les rapports des fréquences secondaires externes et de la fréquence primaire des modes pairs considérés,

$$\frac{\omega_{oAm}^{n,i}}{\omega_{oAm}} = \frac{\omega_{ssm}^{n,i}}{\omega_{ssm}} = \frac{\omega_{fsm}^{n,i}}{\omega_{fsm}} = 2n + 1 \quad (\text{V.9})$$

pour les rapports des fréquences secondaires internes et de la fréquence primaire pour les modes impairs considérés,

$$\frac{\omega_{oAm}^{n,e}}{\omega_{oAm}} = \frac{\omega_{ssm}^{n,e}}{\omega_{ssm}} = \frac{\omega_{fsm}^{n,e}}{\omega_{fsm}} = 2n \left(\frac{a}{l} \right) \sqrt{\frac{\rho_o}{\rho_e}} \quad (\text{V.10})$$

pour les rapports des fréquences secondaires externes et de la fréquence primaire pour les modes impairs considérés.

Il est intéressant de remarquer que le rapport des fréquences primaires, Éq.(V.6), ne dépend que des caractéristiques géométriques du modèle, l et a , et par conséquent ne dépend ni de l'angle ϕ , ni de la densité, ni de la température et ni du champ magnétique. Ce rapport est noté η :

$$\eta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{a}{l} \right)^{1/2}. \quad (\text{V.11})$$

η est le rapport de la fréquence primaire d'un mode pair sur la fréquence primaire du mode impair associé. Comme le modèle suppose que $l > a$, η est toujours inférieur à 1. Par conséquent, la fréquence primaire du mode pair est toujours plus petite que la fréquence primaire du mode impair associé.

3.3 Analyse paramétrique des modes d'oscillations

Afin de préciser les fréquences caractéristiques des modes d'oscillations, nous allons résoudre les équations de dispersion à partir des paramètres géométriques décrivant la région active 8725 ainsi que des paramètres typiques des filaments-protubérances.

Les paramètres géométriques sont déduits des observations :

- la largeur $2a$: en utilisant l'image $H\alpha$ (Fig. V.2 en haut à droite), nous avons estimé la largeur $2a$ du filament à 8 000 km ;
- la longueur l : la distance entre les deux murs rigides du modèle (Fig. V.8) peut être estimée à partir du magnétogramme MDI (Fig. V.2 en haut à gauche). Les murs parfaitement conducteurs sont parallèles et situés de part et d'autre de la ligne d'inversion de la composante longitudinale du champ magnétique (cf. Fig. V.2 en haut à gauche), et sont séparés d'une distance $2r$ au niveau photosphérique. Dans l'hypothèse où les lignes de champ magnétique sont semi-circulaires, nous pouvons approximer la longueur l à $\frac{\pi}{2}r$, c'est-à-dire $l \sim 63\,000$ km.

Les paramètres typiques du filament et du milieu coronal sont la température ($T_o = 8\,000\text{ K}$, $T_e = 10^6\text{ K}$), la densité du filament $\rho_o = 10^{12}\text{ cm}^{-3}$ (e.g. Schmieder et al., 1985). D'après l'équation V.2, on a donc une densité ρ_e du milieu extérieur de $8\,10^9\text{ cm}^{-3}$. Nous donnons aussi un ordre de grandeur du module du champ magnétique, $B = 20\text{ G}$, et de l'angle entre l'axe principal du filament et le champ magnétique, $\phi = 25^\circ$, en accord avec les mesures effectuées par Leroy et al. (1984).

L'ensemble des périodes obtenues en résolvant les six équations de dispersion est résumé dans le tableau V.3. Nous nous sommes limités aux périodes supérieures à 3 min. On remarquera que la période primaire du mode lent "kink" est supérieure à 5 heures avec ce jeu de paramètres, et par conséquent on peut déjà conclure que ce mode sera difficilement observable (la durée des observations devrait être de l'ordre de 15 heures). On peut aussi noter le nombre important de périodes secondaires pour les modes lents (en particulier entre 3 et 10 min) au contraire des modes d'Alfvén et des modes rapides.

	Périodes primaires	Périodes secondaires
mode lent "kink"	5 h 46 min 51 s	37 min 48 s, 27 min 28 s, 18 min 25 s, 14 min 02 s, 12 min 10 s, 9 min 30 s, 9 min 00 s, 7 min 24 s, 6 min 56 s, 6 min 08 s, 5 min 35 s, 5 min 14 s, 4 min 41 s, 4 min 33 s, 4 min 06 s, 3 min 58 s, 3 min 41 s, 3 min 29 s, 3 min 20 s
mode d'Alfvén pair	69 min 30 s	7 min 34 s, 5 min 30 s, 3 min 41 s
mode lent "sausage"	57 min 22 s	35 min 56 s, 19 min 33 s, 17 min 33 s, 12 min 23 s, 11 min 04 s, 9 min 12 s, 7 min 59 s, 7 min 20 s, 6 min 17 s, 6 min 03 s, 5 min 17 s, 5 min 03 s, 4 min 36 s, 4 min 17 s, 4 min 04 s, 3 min 44 s, 3 min 39 s, 3 min 21 s
mode rapide "kink"	28 min 53 s	< 3 min
mode d'Alfvén impair	11 min 29 s	7 min 12 s, 3 min 55 s, 3 min 31 s
mode rapide "sausage"	4 min 46 s	< 3 min

TAB. V.3 – Liste des fréquences primaires et secondaires des modes d'oscillations obtenues en résolvant les équations de dispersion du modèle de Joarder & Roberts (1993) avec $2a = 8\,000\text{ km}$, $l = 63\,000\text{ km}$, la densité du filament de 10^{12} cm^{-3} , le module du champ magnétique de 20 G et l'angle ϕ de 25° .

Nous prolongeons cette étude paramétrique en faisant varier les paramètres les plus

sensibles : l'angle ϕ , le module du champ magnétique B ou la densité du filament ρ_o .

La variation de la fréquence primaire des modes en fonction de l'angle ϕ est représentée sur le graphique V.9 (en haut à gauche) pour $B = 20 \text{ G}$ et $\rho_o = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Les modes rapides ($\times$) ne sont pas sensibles aux variations de l'angle ϕ . Pour des angles très petits, on se situe dans le cas particulier du champ magnétique purement longitudinal (Joarder & Roberts, 1992a) avec une direction de propagation perpendiculaire au champ magnétique. Dans ce cas, seuls les modes rapides sont dominants : les modes lents et d'Alfvén ont des fréquences très petites (des périodes très grandes, > 10 heures). Pour B et ρ_o fixés, la fréquence du mode d'Alfvén impair et celle du mode rapide "kink" sont identiques pour un angle ϕ_0 donné par la relation suivante :

$$\sin^2(\phi_0) = \eta^2 \left[1 + (1 - \eta^2) \frac{c_{so}^2}{v_{Ao}^2} \right]. \quad (\text{V.12})$$

En particulier pour notre jeu de paramètres, l'intersection des deux modes est pour un angle ϕ de $\sim 9^\circ 30'$. Pour ce qui est des angles élevés ($\sim 90^\circ$), nous nous situons dans le cas particulier du champ magnétique purement transverse (Joarder & Roberts, 1992b) avec un sens de propagation parallèle au champ magnétique. Les modes d'Alfvén pairs (resp. impairs) et magnétoacoustiques rapides "kink" (resp. "sausage") convergent vers la même fréquence : les modes ont la même vitesse de propagation v_{Ao} et se distinguent par une polarisation différente. La vitesse caractéristique des modes lents est alors c_{so} .

La variation de la fréquence des modes primaires en fonction du module du champ magnétique (Fig. V.9 en haut à droite) indique que les modes magnétoacoustiques lents sont constants. Pour de faibles valeurs du champ magnétique, seuls les modes magnétoacoustiques lents (ou plutôt acoustiques) existent dans le milieu considéré. Alors que pour les valeurs élevées du champ magnétique, la fréquence primaire de chaque mode augmente. On remarquera que le mode d'Alfvén pair et le mode lent "sausage" s'intersectent pour une valeur du champ magnétique B_0 définie par :

$$B_0^2(\rho_o) = \mu_0 \rho_o c_{so}^2 \left(\frac{1}{\eta^2} - 1 \right). \quad (\text{V.13})$$

Le graphique V.9 en bas à gauche représente la variation de la fréquence primaire des modes en fonction de la densité du filament. Pour les modes d'Alfvén et les modes magnétoacoustiques rapides, plus la structure est massive, plus la fréquence diminue (la période est alors plus grande). Les modes magnétoacoustiques lents ne sont pas sensibles aux variations de densité. Le point d'intersection entre le mode d'Alfvén pair et le mode lent "sausage" est donné par la même relation que pour le graphique précédent (Fig. V.9 en haut à droite) et est défini par l'équation V.13.

Pour chaque graphique, la distance logarithmique entre les fréquences primaires de deux modes associés (les modes d'Alfvén pair et impair, ...) pour un même ensemble de paramètres est constante. Par conséquent, nous retrouvons la condition imposée par l'équation V.6. Pour un angle ϕ appartenant à l'intervalle $[\phi_0, 90^\circ]$, nous pouvons classer les fréquences primaires des modes par ordre croissant : pour $B < B_0(\rho_0)$,

$$\omega_{skm} < \omega_{eAm} < \omega_{ssm} < \omega_{fkm} < \omega_{oAm} < \omega_{fsm}, \quad (\text{V.14})$$

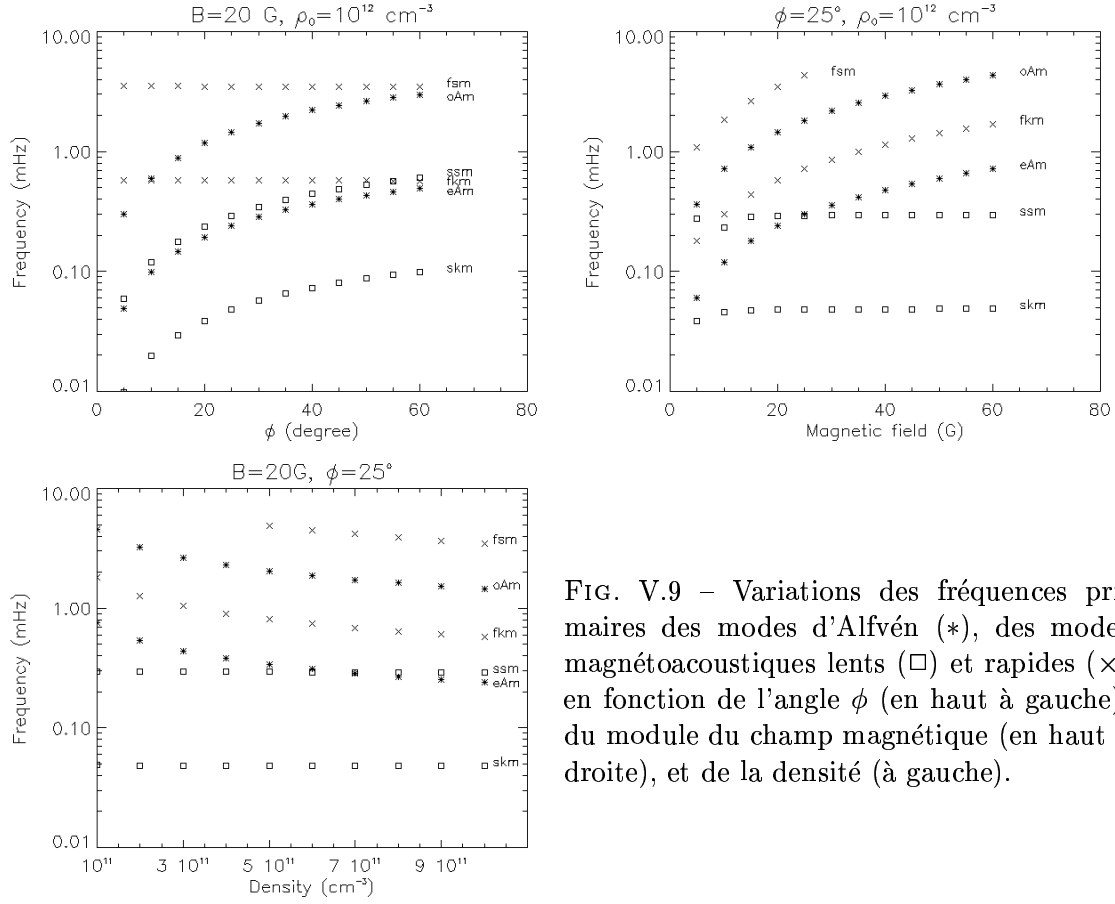


FIG. V.9 – Variations des fréquences primaires des modes d'Alfvén (*), des modes magnétoacoustiques lents ($\square$) et rapides ($\times$) en fonction de l'angle ϕ (en haut à gauche), du module du champ magnétique (en haut à droite), et de la densité (à gauche).

et pour $B > B_0(\rho_0)$,

$$\omega_{skm} < \omega_{ssm} < \omega_{eAm} < \omega_{fkm} < \omega_{oAm} < \omega_{fsm}. \quad (\text{V.15})$$

Cette étude paramétrique nous permet de définir une méthode d'identification des fréquences observées aux fréquences des modes d'Alfvén et des modes magnétoacoustiques obtenues pour le modèle de Joarder & Roberts (1993) :

- (i) pour le filament observé, nous déterminons le paramètre η (Éq. V.11) à partir des paramètres géométriques a et l ;
- (ii) nous calculons l'ensemble des rapports des fréquences observées que nous comparons avec la valeur de η ;
- (iii) nous définissons les contraintes observationnelles à appliquer au modèle : les basses fréquences sont limitées par ω_{min} (cf paragraphe 2.3) et les hautes fréquences sont limitées par ω_{max} ;
- (iv) parmi les rapports obtenus en (i), nous éliminons ceux qui ne satisfont pas les inégalités V.14 et V.15 ainsi que les conditions (iii).

3.4 Observabilité des modes

Dans le modèle de Joarder & Roberts (1993), il est à noter que les modes d'Alfvén sont découplés des modes magnétoacoustiques lents et rapides. L'écriture des quantités perturbées (cf Annexe V.A) telles que la vitesse $\delta\vec{v}$ et le champ magnétique $\delta\vec{B}$ donnent des informations sur la nature des modes :

- les perturbations perpendiculaires à la surface solaire ne font intervenir que les modes d'Alfvén ;
- les perturbations dans le plan parallèle à la photosphère font participer les modes magnétoacoustiques lents et rapides.

Par conséquent, si l'on observe le filament au centre du disque solaire (vue de dessus), seuls les modes d'Alfvén devraient être observables. Au contraire si l'observateur se situe perpendiculairement au filament (observations possibles dans le cas des protubérances), seuls les modes magnétoacoustiques devraient être observables. On peut aussi remarquer que, suivant ce modèle, l'étude des variations temporelles de la composante verticale du champ magnétique photosphérique devrait mettre en évidence les modes magnétoacoustiques.

4 Comparaison observations-modèle : méthode de diagnostic du filament

Dans cette section, nous allons appliquer à la région active 8725 la méthode d'identification déduite de l'étude paramétrique.

4.1 Identification des modes

Dans la section précédente, nous avons déjà déterminé les paramètres géométriques de la région active : $2a = 8\,000\text{ km}$ et $l = 63\,000\text{ km}$. La méthode d'identification des fréquences observées (cf Tab. V.1) aux modes d'oscillations théoriques découlant du modèle de Joarder & Roberts (1993) se compose de quatre points :

- (i) nous calculons le paramètre sans dimension η à partir des caractéristiques géométriques de la région active : $\eta = 0.16$. À l'aide de la résolution spatiale des instruments utilisés (le magnétographe MDI et le spectrohéliographe H α), l'incertitude relative sur la mesure du paramètre η est de l'ordre de 20% ;
- (ii) d'après le tableau V.1, nous déduisons les rapports des fréquences observées dans le filament et nous les comparons avec la valeur du paramètre η . L'ensemble des résultats est résumé dans le tableau V.4. Les rapports proches de η (en caractères gras) font uniquement intervenir ω_1 et sont notés $\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_4}$, $\eta_2 = \frac{\omega_1}{\omega_5}$, $\eta_3 = \frac{\omega_1}{\omega_6}$, $\eta_4 = \frac{\omega_1}{\omega_7}$;
- (iii) comme nous l'avons déjà indiqué dans la section 2.3, les fréquences limitant la détectabilité des modes sont : $\omega_{min} = \frac{2}{T_{tot}} = 7\,10^{-2}\text{ mHz}$ et $\omega_{max} = \frac{1}{2T_{exp}} = 15\text{ mHz}$. La valeur de la fréquence ω_{min} implique que le mode magnétoacoustique lent "kink" n'est pas détectable pour un jeu de paramètres, B et ϕ , raisonnable (cf. Fig. V.9) ;
- (iv) on considère que la première fréquence observée ω_1 correspond à la fréquence primaire d'un mode d'oscillation : ω_1 est égale soit à ω_{ssm} , soit à ω_{eAm} (d'après les

rapport	$\frac{\omega_1}{\omega_i}$	$\frac{\omega_2}{\omega_i}$	$\frac{\omega_3}{\omega_i}$	$\frac{\omega_4}{\omega_i}$
i=2	0.305			
i=3	0.269	0.884		
i=4	0.164 (η_1)	0.536	0.607	
i=5	0.156 (η_2)	0.512	0.579	0.954
i=6	0.143 (η_3)	0.470	0.532	0.876
i=7	0.135 (η_4)	0.444	0.502	0.827
i=8	0.121	0.396	0.449	0.739
i=9	0.117	0.383	0.433	0.713
i=10	0.099	0.324	0.367	0.604
i=11	0.091	0.299	0.338	0.556
i=12	0.083	0.273	0.309	0.510

TAB. V.4 – Ensemble des rapports des fréquences observées. Les fréquences proches du paramètre η sont indiquées en caractères gras. Les rapports $\frac{\omega_{j>4}}{\omega_{i>j}}$ sont plus élevés que η et n'apparaissent pas dans ce tableau.

inégalités V.14 et V.15). Mais comme tous les rapports η_i sont associés uniquement à ω_1 et que par conséquent ω_1 doit être associée à une fréquence plus élevée (cf. définition de η au paragraphe 3.2), on en déduit que $\omega_1 \equiv \omega_{eAm}$. La fréquence observée suivante est ω_2 et peut être associée soit au mode lent "sausage", soit au mode rapide "kink". Pour un jeu de paramètres raisonnable (cf Fig. V.9), le mode lent "sausage" ne peut pas être associé à la fréquence ω_2 . Par conséquent, $\omega_2 \equiv \omega_{fkm}$ et $\omega_{ssm} < \omega_{eAm}$ comme dans le cas des inégalités V.15. La fréquence associée à ω_{eAm} est ω_5 (d'après le tableau V.4), c'est-à-dire que $\omega_5 \equiv \omega_{oAm}$. L'ensemble des résultats est résumé dans le tableau V.5.

	fréquences (mHz)	périodes
mode lent "kink"	pas détecté	
mode lent "sausage"	pas détecté	
mode d'Alfvén pair	$\omega_1 = 0.257$	65 min 36 s
mode rapide "kink"	$\omega_2 = 0.843$	19 min 46 s
mode d'Alfvén impair	$\omega_5 = 1.646$	10 min 07 s
mode rapide "sausage"	pas détecté	

TAB. V.5 – Identification des fréquences observées aux fréquences primaires des modes d'oscillations possibles intervenant dans le modèle développé par Joarder & Roberts (1993).

4.2 Méthode indirecte de diagnostic

Nous allons utiliser les résultats du tableau V.5 pour réaliser un diagnostic du filament de la région active 8725. Les paramètres physiques importants sont la température du

filament, sa densité, et les caractéristiques de son champ magnétique (module et angle). Pour effectuer ce diagnostic, nous utilisons les valeurs approchées de fréquences primaires données dans le tableau V.2. Les fréquences des modes faisant intervenir la même vitesse caractéristique (e.g. les fréquences des modes d'Alfvén pair et impair) peuvent être utilisées indifféremment l'une ou l'autre. Par conséquent, seules deux fréquences, ω_{eAm} et ω_{fkm} , sont à notre disposition pour réaliser le diagnostic. La température est alors définie comme un paramètre libre du milieu. Le système à résoudre est donc le suivant :

$$\omega_{eAm} = \frac{v_{Axo}}{2\pi(la)^{1/2}}, \quad \omega_{fkm} = \frac{c_o^-}{2\pi(la)^{1/2}}$$

avec $v_{Axo} = \frac{B \sin(\phi)}{\sqrt{\mu_0 \rho_o}}$, et $c_o^- = \sqrt{2} v_{Axo} c_{so} \left[c_{fo}^2 - (c_{fo}^4 - 4v_{Axo}^2 c_{so}^2)^{1/2} \right]^{-1/2}$. On déduit alors les expressions de la vitesse d'Alfvén v_{Ao} et de l'angle ϕ en fonction des fréquences ω_{eAm} et ω_{fkm} ainsi que de la température T_o (ou la vitesse du son c_{so}) :

$$v_{Ao} = \frac{1}{\omega_{fkm}} \sqrt{c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2) + 4\pi^2 l a \omega_{fkm}^4} \quad (V.16)$$

$$\sin(\phi) = \frac{2\pi(la)^{1/2} \omega_{eAm} \omega_{fkm}}{\left(c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2) + 4\pi^2 l a \omega_{fkm}^4 \right)^{1/2}} \quad (V.17)$$

Pour une température $T_o = 8\,000\text{ K}$ (e.g. Vial, 1998), nous estimons la valeur de l'angle ϕ entre l'axe principal du filament et le champ magnétique :

$$\phi = 18^\circ \pm 2.5^\circ \quad (V.18)$$

et nous en déduisons aussi une relation entre le module du champ magnétique B et la densité ρ_o du filament :

$$B = 2.9 \cdot 10^{-5} (\pm 0.4 \cdot 10^{-5}) \sqrt{\rho_o} \quad (V.19)$$

avec B exprimé en Gauss et ρ_o exprimée en cm^{-3} . Cette relation est évidemment caractéristique d'une vitesse d'Alfvén constante, mais nous obtenons la valeur du coefficient de proportionnalité entre le champ magnétique et la racine carrée de la densité. La courbe V.10 représente les variations du champ magnétique B en fonction de la densité ρ_o : l'augmentation du champ magnétique a pour effet de confiner la matière dans la filament (augmentation de la densité). Pour des valeurs de champ magnétique raisonnables entre 10 et 70 G (e.g. Vial, 1998), la densité du filament est comprise entre $1.2 \cdot 10^{11}$ et $5.6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. On notera aussi que cette relation est en accord avec l'inégalité V.15 qui suppose que quelle que soit la densité du filament, le module du champ magnétique doit toujours être supérieur à $B_0(\rho_o)$ (cf Éq. V.13) :

$$B_0(\rho_o) = 2.5 \cdot 10^{-5} \sqrt{\rho_o} \quad (V.20)$$

Pour $5\,000\text{ K} < T_o < 15\,000\text{ K}$, la valeur de l'angle ϕ ainsi que le coefficient de proportionnalité de l'équation V.19 varient de moins de 5%. Cette faible fluctuation est due au fait que le système résolu (Éqs. V.16–V.17) fait intervenir uniquement les fréquences des modes

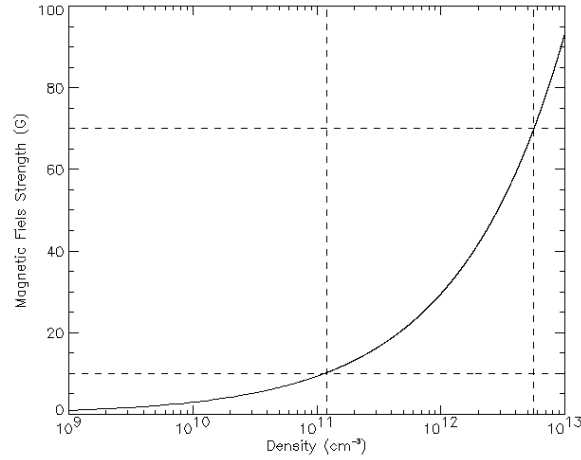


FIG. V.10 – Évolution du module du champ magnétique B en fonction de la densité ρ_o du filament. L'intervalle de champ magnétique (entre 10 et 70 G) caractéristique d'un filament délimite un intervalle de densité (entre $1.2 \cdot 10^{11}$ et $5.6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$).

d'Alfvén et magnétoacoustiques rapides, alors que seuls les modes magnétoacoustiques lents sont sensibles à la température (Joarder et al., 1997). Pour pouvoir estimer la température du filament, il faudrait pouvoir identifier les modes magnétoacoustiques lents (cf. Annexe V.A).

5 Discussion et conclusions

Observations

Les observations du filament de la région active 8725 ont été obtenues par le spectromètre SUMER dans la raie de l'hélium neutre à $584.33 \text{ \AA}$ avec un temps d'exposition $\sim 30 \text{ s}$ et une durée totale d'observation de $\sim 7 \text{ h } 30 \text{ min}$. La série temporelle en vitesse peut ainsi être dérivée de ces observations. L'analyse de Fourier de ce signal met en évidence un grand nombre de périodes caractéristiques :

- les périodes dues à des effets instrumentaux tels que des effets thermiques ou des instabilités de pointage (Lemaire, 2000) ;
- les périodes d'oscillations globales du filament que l'on peut ranger dans trois catégories distinctes (Molowny-Horas et al., 1997) : les courtes périodes inférieures à 6 min, les périodes intermédiaires entre 6 et 40 min, les longues périodes supérieures à 40 min.

Modèle

Le modèle de Joarder & Roberts (1993) a été utilisé afin de déterminer les ondes pouvant se propager dans le filament et son environnement coronal suivant un vecteur d'onde perpendiculaire à l'axe principal du filament et dans un plan parallèle à la photosphère. Ce modèle tient compte d'un champ magnétique incliné par rapport à l'axe principal du filament (en accord avec les observations réalisées par Leroy et al., 1984). Les ondes apparaissant dans ce système sont les ondes MHD : les ondes d'Alfvén, les ondes magnétoacoustiques lentes et rapides. Une étude paramétrique du modèle permet de connaître le comportement et la sensibilité des fréquences caractéristiques de ces ondes à des paramètres tels que la température du filament, sa densité et le module du champ magnétique.

Des équations de dispersion sont obtenues pour chaque onde en séparant les modes pairs (les modes d'Alfvén pair, magnétoacoustiques lent et rapide "kink") des modes impairs (les modes d'Alfvén impair, magnétoacoustiques lent et rapide "sausage"). Ces équations fournissent une infinité de solutions parmi lesquelles nous distinguons les fréquences primaires (la fréquence la plus basse d'un mode) des fréquences secondaires internes et externes (toutes les fréquences supérieures à la fréquence primaire).

Identification et diagnostic

Nous avons développé une méthode d'identification qui permet de comparer les fréquences observées aux fréquences primaires des modes d'oscillations déduits du modèle de Joarder & Roberts (1993). En particulier, l'identification fournit la période primaire du mode d'Alfvén pair (~ 1 h), du mode magnétoacoustique rapide "kink" (~ 20 min) et du mode d'Alfvén impair (~ 10 min).

En utilisant les formules approchées des fréquences primaires, nous pouvons en principe déduire des fréquences identifiées un diagnostic du filament, c'est-à-dire déterminer des paramètres tels que la température et la densité, les caractéristiques du champ magnétique (l'angle entre l'axe principal du filament et le champ magnétique, le module du champ magnétique). Dans le cas étudié, la température du filament est définie comme un paramètre libre du modèle ($T_o = 8000$ K) ce qui permet de déduire l'angle $\phi \sim 18^\circ$ ainsi qu'une relation entre le module du champ magnétique et la racine carrée de la densité du filament $B \sim 2.9 \cdot 10^{-5} \sqrt{\rho_o}$.

Discussion

Pour pouvoir fournir un diagnostic complet du filament, nous avons la possibilité de déterminer la densité et la température dans le filament ou de son environnement coronal à l'aide d'un diagnostic spectroscopique. Malheureusement, aucune observation de ce type n'a été réalisée pour la région active 8725. Par conséquent pour développer et tester cette méthode d'identification et de diagnostic, nous avons défini un programme d'observations commun à différents instruments à bord de SOHO (SUMER, CDS, EIT, MDI) et à l'observatoire THEMIS (Ténérife). Ces observations sont détaillées dans le chapitre suivant. Pour développer cette étude, nous avons aussi effectué de nouvelles observations

de filaments (différentes valeurs des paramètres géométriques a et l) ainsi que des observations de protubérances (défectabilité des modes différente). Ces données sont en cours de traitement et d'analyse.

V.A Méthode des modes normaux appliquée au modèle de Joarder et Roberts

Afin de faciliter la lisibilité du manuscrit, les calculs nécessaires à l'établissement des équations de dispersion sont détaillés dans cette annexe. La méthode des modes normaux est une méthode perturbative décrivant un plasma au voisinage d'un équilibre. L'opérateur des petits mouvements, déduit de la linéarisation des équations MHD au premier ordre des perturbations, permet de caractériser les différentes ondes pouvant se propager dans le plasma. Dans la dernière section, nous donnons les formules permettant d'effectuer un diagnostic du filament dans le cas où toutes les fréquences des modes primaires sont identifiées.

1 Opérateur des petits mouvements

Considérons un plasma de densité ρ_0 , de pression p_0 dans un champ magnétique $\vec{B}_0$. Les quantités p_0 , ρ_0 , et $\vec{B}_0$ sont supposées constantes. Le plasma est soumis aux seules forces de pression, de Lorentz et de gravité. Les équations décrivant le plasma s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{V.A.1})$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\text{grad}(p) + \vec{j} \wedge \vec{B} + \rho \vec{g} \quad (\text{V.A.2})$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{V.A.3})$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} \quad (\text{V.A.4})$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{V.A.5})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0 \quad (\text{V.A.6})$$

Pour étudier les ondes MHD pouvant exister dans ce milieu, des perturbations spatiales et temporelles sont introduites de la façon suivante :

$$p = p_0 + \delta p \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \delta \vec{B} \quad \rho = \rho_0 + \delta \rho \quad \vec{v} = \delta \vec{v} \quad (\text{V.A.7})$$

et permettent de linéariser les équations du plasma (Éqs. V.A.1–6) en négligeant les termes d'ordre 2 des perturbations comme il est indiqué dans l'exemple suivant.

Linéarisation de l'équation V.A.5 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \text{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) \\ \frac{\partial (\vec{B}_0 + \delta \vec{B})}{\partial t} &= \text{rot}(\delta \vec{v} \wedge (\vec{B}_0 + \delta \vec{B})) \\ \frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} + \frac{\partial (\delta \vec{B})}{\partial t} &= \text{rot}(\delta \vec{v} \wedge \vec{B}_0) + \text{rot}(\delta \vec{v} \wedge \delta \vec{B}) \\ \frac{\partial (\delta \vec{B})}{\partial t} &= \text{rot}(\delta \vec{v} \wedge \vec{B}_0) \end{aligned}$$

puisque $\frac{\partial \vec{B}_0}{\partial t} = \vec{0}$ et $r\vec{ot}(\delta\vec{v} \wedge \delta\vec{B})$ est un terme d'ordre 2.

À partir des équations V.A.1–6 linéarisées, les perturbations de pression, de densité, de champ magnétique et de vitesse sont éliminées en introduisant le déplacement $\vec{\xi}$. Il en résulte une unique équation :

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = & -\vec{g} \operatorname{div}(\rho_0 \vec{\xi}) + \operatorname{div}(\vec{\xi} \cdot \vec{grad} p_0) + \vec{grad}(\gamma p_0 \operatorname{div} \vec{\xi}) \\ & + r\vec{ot}(r\vec{ot}(\frac{\vec{\xi} \wedge \vec{B}_0}{\mu_0})) \wedge \vec{B}_0 + r\vec{ot}(\vec{B}_0) \wedge r\vec{ot}(\frac{\vec{\xi} \wedge \vec{B}_0}{\mu_0}) \end{aligned} \quad (\text{V.A.8})$$

Le membre de droite de cette équation est appelé l'opérateur des petits mouvements noté $\vec{F}(\vec{\xi})$.

Dans le modèle de Joarder & Roberts (cf paragraphe 3.1), la gravité est négligée, la pression est isotrope et uniforme, et le champ magnétique est uniforme ($\vec{B}_0 = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$). L'opérateur des petits mouvements se réduit alors à :

$$\vec{F}(\vec{\xi}) = \gamma p_0 \vec{grad}(\operatorname{div} \vec{\xi}) + r\vec{ot}(r\vec{ot}(\frac{\vec{\xi} \wedge \vec{B}_0}{\mu_0})) \wedge \vec{B}_0 \quad (\text{V.A.9})$$

On considère que le déplacement $\vec{\xi}$ peut se mettre sous la forme $\vec{\xi}(\vec{r}, t) = \vec{\xi} \exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ où ω est la pulsation de l'onde, $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$, $\vec{k}$ est le vecteur d'onde ($\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$). Par ailleurs, on introduit la vitesse du son $c_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$, ainsi que la vitesse d'Alfvén v_A telle que $v_A^2 = v_{Ax}^2 + v_{Ay}^2 = \frac{B_x^2}{2\mu_0} + \frac{B_y^2}{2\mu_0} = \frac{\|\vec{B}_0\|^2}{2\mu_0}$. En se conformant au modèle de Joarder & Roberts (1993), les composantes k_y et k_z sont négligeables devant k_x . Par conséquent, les perturbations ne dépendent que de x . L'équation (V.A.8) peut dans ces conditions s'écrire sous la forme du système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \omega^2 - (c_s^2 + v_{Ay}^2)k_x^2 & v_{Ax}v_{Ay}k_x^2 & 0 \\ v_{Ax}v_{Ay}k_x^2 & \omega^2 - v_{Ax}^2k_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 - v_{Ax}^2k_x^2 \end{pmatrix} \vec{\xi} = \vec{0} \quad (\text{V.A.10})$$

Ce système possède des solutions non-triviales uniquement si le déterminant de la matrice est nul, c'est-à-dire

$$(\omega^2 - v_{Ax}^2k_x^2)(\omega^4 - (c_s^2 + v_A^2)^2\omega^2k_x^2 + c_s^2v_{Ax}^2k_x^4) = 0 \quad (\text{V.A.11})$$

Les solutions de cette équation sont :

$$k_a^2 = \frac{\omega^2}{v_{Ax}^2}, \quad k_{\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c_{\pm}^2}$$

avec $c^{\pm} = \sqrt{2}v_{Ax}c_s(c_f^2 \pm (c_f^4 - 4v_{Ax}^2c_s^2)^{1/2})^{-1/2}$ et $c_f^2 = v_A^2 + c_s^2$. On obtient donc trois modes MHD caractéristiques : le mode d'Alfvén de vitesse v_{Ax} et les modes magnéto-acoustiques lents (c^+) et rapides (c^-). Les trois modes fondamentaux ainsi définis vont maintenant permettre d'écrire les perturbations des paramètres du plasma et les équations de dispersion.

2 Expressions des perturbations

D'après le système (V.A.10), le mode d'Alfvén ne crée de déplacements que suivant l'axe des z , alors que les modes magnétoacoustiques influencent les déplacements dans le plan parallèle à la photosphère (représenté par les directions x et y). On en déduit l'expression de $\vec{\xi}$:

$$\begin{aligned}\xi_x &= \alpha_1 \exp(ik_-x) + \alpha_2 \exp(-ik_-x) + \alpha_3 \exp(ik_+x) + \alpha_4 \exp(-ik_+x) \\ \xi_y &= \alpha_5 \exp(ik_-x) + \alpha_6 \exp(-ik_-x) + \alpha_7 \exp(ik_+x) + \alpha_8 \exp(-ik_+x) \\ \xi_z &= \alpha_9 \exp(ik_ax) + \alpha_{10} \exp(-ik_ax)\end{aligned}$$

où α_1 – α_{10} sont des constantes arbitraires.

À partir des équations linéarisées, on peut en déduire l'expression des perturbations de vitesse, d'accélération, de pression et de champ magnétique en fonction du déplacement :

$$\begin{cases} \delta \vec{v} &= i\omega \vec{\xi} \\ \delta \vec{a} &= -\omega^2 \vec{\xi} \\ \delta p &= -p_0 \frac{d\xi_x}{dx} \\ \delta \vec{B} &= \vec{rot}(\vec{\xi} \wedge \vec{B}_0) \end{cases}$$

et que nous pouvons écrire sous forme développée de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\delta v_x &= i\omega \xi_x, & \delta v_y &= i\omega \xi_y, & \delta v_z &= i\omega \xi_z \\ \delta a_x &= -\omega^2 \xi_x, & \delta a_y &= -\omega^2 \xi_y, & \delta a_z &= -\omega^2 \xi_z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta p &= -ip_0[\alpha_1 k_- \exp(ik_-x) - \alpha_2 k_- \exp(-ik_-x) + \alpha_3 k_+ \exp(ik_+x) \\ &\quad - \alpha_4 k_+ \exp(-ik_+x)] \\ \delta B_y &= iB_x[\alpha_5 k_- \exp(ik_-x) - \alpha_6 k_- \exp(-ik_-x) + \alpha_7 k_+ \exp(ik_+x) \\ &\quad - \alpha_8 k_+ \exp(-ik_+x)] - iB_y[\alpha_1 k_- \exp(ik_-x) - \alpha_2 k_- \exp(-ik_-x) \\ &\quad + \alpha_3 k_+ \exp(ik_+x) - \alpha_4 k_+ \exp(-ik_+x)] \\ \delta B_z &= iB_x[\alpha_9 k_a \exp(ik_ax) - \alpha_{10} k_a \exp(-ik_ax)]\end{aligned}$$

On notera que le mode d'Alfvén ne contribue pas à la perturbation de pression conformément à la nature de cette onde (cf Chapitre 2) et que les perturbations de champ magnétique sont orthogonales à la direction de propagation (x) c'est-à-dire $\delta B_x = 0$.

3 Équations de dispersion

Afin d'écrire les relations de dispersion, nous devons définir les conditions aux limites et les conditions de continuité des paramètres du plasma pour le modèle de Joarder & Roberts (1993).

Les conditions de continuité sont définies aux interfaces entre le milieu intérieur et le milieu extérieur : continuité de la composante v_x et de la pression totale p en $\pm a$. Ces

conditions imposent la continuité des perturbations de vitesse $\delta\vec{v}$, de pression δp et de champ magnétique δB_y et δB_z en $\pm a$.

Les conditions aux limites sont imposées par les murs parfaitement conducteurs situés dans le milieu extérieur en $\pm l$: les composantes de la vitesse $\delta\vec{v}$ sont nulles en $\pm l$.

Par conséquent, le système à résoudre se réduit à un système linéaire à 18 inconnues. Pour obtenir les équations de dispersion, nous allons réduire le système aux seuls modes d'Alfvén que l'on peut facilement découpler des modes magnétoacoustiques. Le système linéaire est de la forme $M\alpha = 0$ avec α un vecteur à six éléments contenant les constantes déjà mentionnées dans la section précédente et M la matrice suivante (l'indice "o" représente le milieu intérieur et "e" le milieu extérieur) :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -k_{ao}e^{-ik_{ao}a} & k_{ao}e^{ik_{ao}a} & k_{ae} & -k_{ae} \\ 0 & 0 & -e^{-ik_{ao}a} & -e^{ik_{ao}a} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{-ik_{ae}(l-a)} & e^{ik_{ae}(l-a)} \\ e^{ik_{ae}(l-a)} & e^{-ik_{ae}(l-a)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{ae} & -k_{ae} & -k_{ao}e^{ik_{ao}a} & k_{ao}e^{-ik_{ao}a} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -e^{ik_{ao}a} & -e^{-ik_{ao}a} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le système possède des solutions non-triviales uniquement si le déterminant de la matrice M est nul, c'est-à-dire :

$$(k_{ae} - k_{ao})(e^{2i(k_{ae}+k_{ao})a} + e^{2ik_{ae}l}) + (k_{ae} + k_{ao})(e^{2i(k_{ae}+k_{ao})a} + e^{2ik_{ae}l}) = 0$$

On obtient alors les deux relations de dispersion pour le mode d'Alfvén pair :

$$\tan\left(\frac{wa}{v_{Axo}}\right) - \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{v_{Axe}}\right) = 0, \quad (\text{V.A.12})$$

et pour le mode d'Alfvén impair :

$$\cot\left(\frac{wa}{v_{Axo}}\right) + \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{v_{Axe}}\right) = 0. \quad (\text{V.A.13})$$

En suivant la même méthode, nous obtenons les équations de dispersion pour les modes magnétoacoustiques :

$$\tan\left(\frac{wa}{c_o^+}\right) - \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{c_e^+}\right) = 0 \quad (\text{V.A.14})$$

pour le mode magnétoacoustique lent "kink",

$$\cot\left(\frac{wa}{c_o^+}\right) + \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{c_e^+}\right) = 0 \quad (\text{V.A.15})$$

pour le mode magnétoacoustique lent "sausage",

$$\tan\left(\frac{wa}{c_o^-}\right) - \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{c_e^-}\right) = 0 \quad (\text{V.A.16})$$

et pour le mode magnétoacoustique rapide "kink",

$$\cot\left(\frac{wa}{c_o^-}\right) + \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho_o}} \cot\left(\frac{w(l-a)}{c_e^-}\right) = 0 \quad (\text{V.A.17})$$

pour le mode magnétoacoustique rapide "sausage".

Ces relations de dispersion fournissent des spectres de fréquences discrétisés et non-équidistants.

4 Diagnostic du filament

À partir de la méthode d'identification développée dans la section 3.3, nous pouvons donc associer à chaque fréquence primaire des modes MHD une fréquence observée. Si les fréquences primaires des modes d'oscillations sont toutes identifiées, les fréquences primaires approchées (Tab. V.2) nous permettent d'accéder aux paramètres caractéristiques du filament en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \omega_{ssm} &= \frac{c_o^+}{4a} \\ \omega_{oAm} &= \frac{v_{Axo}}{4a} \\ \omega_{fsm} &= \frac{c_o^-}{4a} \end{cases}$$

Ce système est équivalent au système faisant intervenir uniquement les fréquences primaires des modes pairs (ω_{skm} , ω_{eAm} , ω_{fkm}). Sachant que $c^\pm = \sqrt{2}v_{Ax}c_s(c_f^2 \pm (c_f^4 - 4v_{Ax}^2c_s^2)^{1/2})^{-1/2}$ et que $v_{Ax} = v_A \sin(\phi)$, on déduit du système précédent les expressions de l'angle ϕ , de la vitesse du son c_s et de la vitesse d'Alfvén v_A en fonction des fréquences primaires des modes et des paramètres géométriques, a et l , du modèle :

$$\begin{aligned} \sin(\phi) &= \frac{\omega_{oAm}^2}{\sqrt{\omega_{ssm}^2(\omega_{oAm}^2 - \omega_{fsm}^2) + \omega_{oAm}^2 \omega_{fsm}^2}} \\ c_{so} &= \frac{4a \omega_{ssm} \omega_{fsm}}{\omega_{oAm}} \\ v_{Ao} &= \frac{4a}{\omega_{oAm}} \sqrt{\omega_{ssm}^2(\omega_{oAm}^2 - \omega_{fsm}^2) + \omega_{oAm}^2 \omega_{fsm}^2} \end{aligned}$$

Ces équations nous permettent d'évaluer l'angle ϕ entre l'axe principal du filament et le champ magnétique, la température du filament, et nous fournissent également une relation de proportionnalité entre le module du champ magnétique et la racine carrée de la densité du filament.

Par contre dans le cas d'une identification partielle des fréquences primaires, nous sommes obligés de définir un paramètre libre. Dans le cas de l'identification de deux fréquences primaires, l'ensemble des équations et des paramètres libres est résumé dans le tableau V.6. Comme paramètres libres du modèle, nous pouvons choisir soit la température

T_o , soit l'angle ϕ , soit la vitesse d'Alfvén v_{Ao} . Ce dernier paramètre libre met en évidence le fait que, sans informations supplémentaires, la méthode de diagnostic fournira toujours une relation entre le module du champ magnétique B et la densité du filament ρ_o : pas de diagnostic complet du filament possible.

Fréquences identifiées	paramètres libres	équations obtenues
$\omega_{eAm}, \omega_{fkm}$	T_o	$\sin(\phi) = \frac{2\pi(la)^{1/2} \omega_{eAm} \omega_{fkm}}{(c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2) + 4\pi^2 la \omega_{fkm}^4)^{1/2}}$ $v_{Ao} = \frac{1}{\omega_{fkm}} \sqrt{c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2) + 4\pi^2 la \omega_{fkm}^4}$
	ϕ	$v_{Ao} = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{eAm}}{\sin(\phi)}$ $c_{so} = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{fkm}}{\sin(\phi)} \sqrt{\frac{\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2 \sin^2(\phi)}{\omega_{eAm}^2 - \omega_{fkm}^2}}$
	v_{Ao}	$\sin(\phi) = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{eAm}}{v_{Ao}}$ $c_{so} = \omega_{fkm} \sqrt{\frac{4\pi^2 la \omega_{fkm}^2 - v_{Ao}^2}{\omega_{fkm}^2 - \omega_{eAm}^2}}$
$\omega_{eAm}, \omega_{skm}$	T_o	$\sin(\phi) = \frac{2\pi(la)^{1/2} \omega_{eAm} \omega_{skm}}{(c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{skm}^2) + 4\pi^2 la \omega_{skm}^4)^{1/2}}$ $v_{Ao} = \frac{1}{\omega_{skm}} \sqrt{c_{so}^2 (\omega_{eAm}^2 - \omega_{skm}^2) + 4\pi^2 la \omega_{skm}^4}$
	ϕ	$v_{Ao} = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{eAm}}{\sin(\phi)}$ $c_{so} = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{skm}}{\sin(\phi)} \sqrt{\frac{\omega_{eAm}^2 - \omega_{skm}^2 \sin^2(\phi)}{\omega_{eAm}^2 - \omega_{skm}^2}}$
	v_{Ao}	$\sin(\phi) = 2\pi\sqrt{la} \frac{\omega_{eAm}}{v_{Ao}}$ $c_{so} = \omega_{skm} \sqrt{\frac{4\pi^2 la \omega_{skm}^2 - v_{Ao}^2}{\omega_{skm}^2 - \omega_{eAm}^2}}$
$\omega_{skm}, \omega_{fkm}$	T_o	$\sin(\phi) = \frac{4\pi^2 la \omega_{skm} \omega_{fkm}}{c_{so} (4\pi^2 la (\omega_{skm}^2 - \omega_{fkm}^2) - c_{so}^2)^{1/2}}$ $v_{Ao} = \sqrt{4\pi^2 la (\omega_{skm}^2 - \omega_{fkm}^2) - c_{so}^2}$
	ϕ	$c_{so} = \sqrt{2\pi} (la)^{1/2} (\omega_{skm}^2 + \omega_{fkm}^2)^{1/2} \sqrt{1 \pm \alpha}$ $v_{Ao} = \sqrt{2\pi} (la)^{1/2} (\omega_{skm}^2 + \omega_{fkm}^2)^{1/2} \sqrt{1 \mp \alpha}$ $\text{avec } \alpha = (1 - \frac{4\omega_{skm}^2 \omega_{fkm}^2}{(\omega_{skm}^2 + \omega_{fkm}^2)^2 \sin^2(\phi)})^{1/2}$
	v_{Ao}	$\sin(\phi) = 4\pi^2 la \frac{\omega_{skm} \omega_{fkm}}{v_{Ao} (4\pi^2 la (\omega_{skm}^2 + \omega_{fkm}^2) - v_{Ao}^2)^{1/2}}$ $c_{so} = \sqrt{4\pi^2 la (\omega_{skm}^2 + \omega_{fkm}^2) - v_{Ao}^2}$

TAB. V.6 – Équations permettant le diagnostic du filament dans le cas d'une identification partielle des fréquences primaires (un couple de fréquences primaires utilisable pour le diagnostic) en fonction du paramètre libre choisi : la température du filament T_o , l'angle ϕ ou la vitesse d'Alfvén v_{Ao} .